TRAZOS
AÑO I - VOL II
DICIEMBRE 2017
ISSN 2591-3050

¿ES LA MATEMÁTICA REALMENTE UN JUICIO SINTÉTICO *A PRIORI*? UNA REVISIÓN DESDE LA PROPUESTA KANTIANA

Mauricio Vargas Abarca

Resumen de los contenidos de la *Crítica de la razón pura* a utilizar

En la *Crítica de la razón pura*, Kant establece un dualismo de conocimiento en el ser humano: existe un conocimiento que es puro, contrapuesto al conocimiento empírico. Dice que todo conocimiento da inicio con la experiencia, pero no todo viene de la misma (Kant, 1997, B1); de modo que existen objetos externos que despiertan en nosotros la facultad de conocer, por lo tanto ningún conocimiento es anterior, temporalmente, a la experiencia. Así pues la tarea que no puede despacharse con facilidad es la de saber si existe entonces, aún con ello, un conocimiento que no venga de la experiencia ni de las impresiones de los sentidos, esto es, que sea *a priori*.

Hay que hacer diferencia de que cuando se quiere decir *a priori*, no se hace alusión a la no participación de ésta o aquella experiencia, de manera directa, para poder tener un conocimiento de una acción X o un objeto Y. Por tanto una persona B pudo haber presenciado X y transmitirlo de tal manera que: a una persona A le llegue con cierta *a prioridad* en un futuro, por lo tanto tendría un conocimiento de X sin experimentar X. No obstante, dice Kant que este tipo de juicios en realidad no son puros. Por ejemplo, la proposición "«Todo cambio tiene su causa» es *a priori*, pero no pura, ya que el cambio es un concepto que sólo puede extraerse de la experiencia" (Kant, 1997, B3).

Escuela de Filosofía, Universidad de Costa Rica.

Contacto:
abarcamauricio9415@gmail.com

Es necesario saber diferenciarlos: el conocimiento *a posteriori* no me dice que lo experimentado sea necesariamente de esa manera y que no pueda serlo de otra, por ello no puede emitir juicios universales que no sea una simple extensión de validez. Por otro lado el *a priori* es simultáneamente necesario además de que no admite ninguna excepción en sus juicios. La matemáticas son un ejemplo perfecto de lo lejos que puede llegar el conocimiento *a priori*.

Existen, según Kant, juicios sintéticos y juicios analíticos. Los primeros remiten a la experiencia y son ampliativos en cuanto al conocimiento, de manera que el predicado añade algo que no estaba contenido de ninguna manera en el sujeto, la unión de éste predicado hacia ese sujeto se justifica mediante la experiencia misma, son siempre contingentes. En cuanto a los segundos el predicado no añade absolutamente nada que no esté en el sujeto, se limita a descomponer el concepto en conceptos parciales para poder hacer claro lo que en principio era confuso. No se necesita nada externo para poder comprobar su verdad, baste con lo que ya se tiene mientras el predicado no contradiga lo que sostiene el sujeto, son además siempre universales y necesarios (Kant, 1997, B10- B19).

Una tercera clase de juicios son: sintéticos *a priori*, estos juicios tienen la universalidad y necesariedad de los juicios analíticos, no se recurre a la experiencia pero aumentan la generalidad o conocimiento (Kant, 1997, B13). Kant considera que en la ciencia natural existen juicios de éste tipo e igualmente, al menos como primera tentativa, en la metafísica, pero es en la matemática donde se dan más perfectamente, siendo así que todos los juicios matemáticos son sintéticos *a priori* (Kant, 1997, B14-B16).

Los juicios sintéticos a priori en la matemática ¿Son realmente sintéticos?

La *Crítica de la Razón Pura* no logra convencerme del todo esto que Kant llama: juicios sintéticos *a priori* en la matemática pura[1] (Kant, 1997, B15). Ya de todos modos había tenido dificultad para asimilar un poco la procedencia independiente en la experiencia de lo que son los números, no obstante, puedo decir sin duda que los números no son empíricos. Los números considerados en sí mismo no son parte ni propiedad del objeto, son cosas que agregamos desde

[1]Con el fin de delimitar la cuestión no he de ocuparme de la parte de geometría a la que Kant alude en su texto.

nosotros para poder entender nuestro entorno. Aun así, no son, según creo, con independencia del objeto en su totalidad, en el sentido que son éstos los que inspiran a formar los números puros[2] y necesitamos esas experiencias para que haya números, al menos en un principio histórico. Si no se acepta eso o se pretende como contradicción, entonces deberá aceptarse que los números son como las ideas innatas, pero está claro que no son ideas innatas. Sin embargo, el detalle de esta cuestión no ocupara el presente trabajo, más que como ilustración.

La existencia de los juicios *a priori* es innegable[3] , pero permítaseme dudar de que realmente existan algunos que sean también sintéticos y en especial los de la matemática pura en álgebra y aritmética. En principio dice Kant que lo sintético expande el conocimiento con nuevo contenido y al agregar lo *a priori* nos garantiza que ese conocimiento adquirido es necesario y universal, por lo tanto sería infalible (Kant, 1997, B13-B14). No niego que la matemática tiene un modo de expandirse, pero no sé si en sí misma agregue conocimiento nuevo.

Si bien es cierto que gracias a la matemática podemos tener conocimientos fácticos más precisos, no sé decir que los teoremas matemáticos en sí mismos y sin interpretar[4] no sean vacíos, no tienen contenido alguno y yo al menos entiendo por conocimiento algo que posea contenido[5] . Pero precisamente, me parece, que esa es la idea kantiana, que no posean contenido para que sean Formas puras y poder establecer lo *a priori* sin ningún tipo de problema. No obstante deben ser sintéticos, pero no logro comprender, cómo algo vacío, puede ampliar el conocimiento, si no posee contenido alguno. Claro que esto no es suficiente como objeción, ya que puede ampliarlo de otra manera que no refiera a lo fáctico, por lo tanto es necesario continuar.

La matemática pura, parte de propiedades y axiomas que son independientes de toda experiencia posible, sin duda son *a priori*, dado que los axiomas son puntos iniciales no demostrables y los postulados se demuestran mediante aquellos, estos axiomas son convencionales, pues no conozco otra manera de validarlos junto a su claridad y distinción. Dice Mario Bunge que la matemática procede deductivamente, y estarán bien en tanto se respete la correspondencia lógica en el sistema, es decir, su verdad consiste en la coherencia del enunciado con el sistema de axiomas o propiedades previamente

[2]Entiéndase como aquellos números que son formas puras, que no poseen contenido relativo a la experiencia, que no refieren a ninguna cosa, que son apodícticos.

[3]Basta que exista al menos un juicio de este tipo para poder hacer esa afirmación, por ejemplo: Todo hombre soltero es no casado, si es casado entonces no es soltero, con eso basta para que existan.

[4]Con interpretar me refiero al contenido que puede darse al teorema matemático con elementos fácticos u otros tantos, al ser Formas puras, que existen en nuestra mente a "nivel solamente conceptual y no fisiológico". De tal manera que puede ser herramienta para las otras ciencias interpretando a su manera el teorema (Bunge, 1960, p.7).

[5]Por contenido entiendo aquello que viene de la experiencia, las formas puras en ese sentido no tienen contenido son vacías y apodícticas. No considero que haya nada más que la experiencia que pueda tornar de contenido una idea o un concepto, pues es la experiencia el inicio del conocimiento y es tal porque remite y se relaciona o corresponde con alguna cosa externa que puedo conocer.

aceptados (Bunge, 1960, p. 8).

Se puede intentar ver esto con una demostración sobre la propiedad de absorción del cero:

Teorema: Para cualquier número real “a” siempre se cumple que: 0.a=0 (Humberto Méndez, 2000, p.4-5)

(i) Por ser 0 un elemento neutro se da que 0 + 0 = 0

(ii) Por propiedad de igualdad tenemos que a(0 + 0) = a0

(iii) Por propiedad distributiva, sabemos que a(0 + 0) = a0 + a0

(iv) De (ii) y (iii) se deduce que a0 + a0 = a0

(v) Por la existencia del elemento inverso de la suma sabemos que (-a0) y sumado a ambos lados de la igualdad en (iv) se obtiene

$$(a0 + a0) + (-a0) = a0 + (-a0) = 0$$

(vi) Por la propiedad asociativa se da (a0 + a0) + (-a0) = a0 + {a0 + (-a0)} = a0 + 0 =a0

(vii) Comparando los resultados de (v) y (vi) se concluye que: a0 = 0

La proposición o bien, el teorema anterior es válido porque puede ser demostrado a través de esos postulados iniciales. Se puede decir, que de alguna manera, esos postulados están dentro del teorema porque al final se termina nuevamente construyendo la proposición inicial. En un sentido, puede decirse, estoy expandiendo mi conocimiento[6] porque sé que puedo afirmar que: todo número real multiplicado por cero tiene como producto cero pero en otro sentido no porque solamente estoy descomponiendo lo que ya está en el enunciado. Sobre la misma corriente, los juicios analíticos amplían pero no salen de sus propios límites. Así tampoco sale de sus límites (en caso del ejemplo, de los postulados) la demostración anterior, si expande[7] mi conocimiento sobre la proposición y lo valida pero no añade nada nuevo, solamente me justifica la validez de la proposición. No amplía el conocimiento porque lo que lo valida está dentro del teorema. En este sentido no es más que analítico.

Ahora bien, al proponer yo un posible teorema, debo tomar en cuenta los principios que rigen o limitan lo que puedo y no puedo hacer para que sea válido. Solamente será considerado si la demostración del mismo se cumple

[6]Entiéndase y permítaseme ésta expresión de manera preliminar, pues más tarde me referiré a ello para intentar despojar la idea de lo que es expansión de conocimiento.
[7]Expandirse acá entiéndase como una manera de descomponer lo que ya se tenía, en partes para que sea más accesible al entendimiento.

de manera que no haya una contradicción. Puedo decir que aumenté mi conocimiento porque añadí un teorema al "itinerario matemático"[8] , pero ese teorema no es ajeno a los axiomas establecidos, debe contenerlos para que pueda ser demostrable y por tanto válido. Visto de esta manera, Kant define lo que es un juicio analítico con una relación de sujeto y predicado, de manera que "(…): el predicado B pertenece al sujeto A como algo que está (implícitamente) contenido en el concepto A, (…) (Kant, 1997, B10)".

Entonces A equivaldría al teorema y B serían los postulados, bajo la relación que mencioné en el párrafo anterior, esto es, que una está contenida en la otra por los postulados. Por lo tanto un teorema de matemática pura en aritmética o bien algebraico sería analítico y no sintético como Kant supone (Kant, 1997, B15-B16). Son los mismos axiomas los que construyen y validan el teorema y digo esto porque en la construcción del teorema no puede salirse de los axiomas previos aceptados, todo está ahí dentro perteneciendo al sujeto, además tienen una identidad innegable, cosa que es característica de los juicios analíticos y no de los sintéticos (Kant, 1997, A7).

Dice Kant que para que sea sintético el predicado y el sujeto deben tener un lazo que no posea identidad (Kant, 1997, A7) y como puede verse, o al menos creo haber mostrado, que en un teorema si puede existir un lazo de identidad. Por lo tanto, en vez de que toda la matemática pura sea sintética *a priori*, sería: no toda la matemática pura es a sintética *a priori*, y si existe cuando menos un teorema analítico dentro de la matemática pura ¿cómo puedo asegurarme de que no haya más teoremas de la misma naturaleza?

Yo estoy consciente de que puede suponerse que agregar un postulado o teorema más a la matemática es un aumento de conocimiento, pero con todo lo anterior, parece más una manera de decir lo mismo de otra forma, y según lo que el mismo Kant plantea, esto no puede ampliar el conocimiento y por tanto no puede ser sintético, porque no trae nada nuevo fuera de lo que ya tengo, en cuanto se refiere a lo que es analítico (Kant, 1997, B10-B12), lo que tengo son axiomas y de ellos un teorema que los contiene, además que se puede añadir al inventario matemático sin aumentar el conocimiento más que explicarlo. Tampoco añaden otro tipo de conocimiento (conocimiento real o fáctico), porque su contenido es vacío en cuanto que Formas puras. Al parecer entonces, no toda la matemática es sintética *a priori*, por lo tanto cabe la posibilidad de que no pertenezca la matemática a tales juicios y sea solamente analítica.

[8]Entiéndase lo mismo que para la nota 6.

Bibliografía

Bunge, M. (1960). *La ciencia su método y su filosofía*. Buenos Aires: Siglo veinte.

Gonzales, J. (s.f). *Kant. La crítica de la Razón Pura*. Apuntes para clase.

Recuperado de:

https://netphilosfilosofia.files.wordpress.com/2013/02/kant-apuntes-clase.pdf

Kant, I. (1997). *Crítica de la Razón Pura*. Buenos Aires: ALFAGUARA S. A.

Méndez, H. (2000). Tópicos de matemática elemental. San José Costa Rica: EUNED.

Solé, J. (2015). *Kant: El giro copernicano en la filosofía*. Barcelona: BATISCAFO S. L.